2. Übungsblatt

Typ-basiertes Programmieren und Schließen in Funktionalen Sprachen

Jun.-Prof. Dr. Janis Voigtländer / Dipl.-Math. Daniel Seidel

Wintersemester 2009/10

Aufgabe 7
Charakterisieren Sie alle Funktionen vom Typ $(a \to \mathit{Bool}) \to [a] \to [a]$. Geben Sie sowohl eine informale, als auch eine formale Beschreibung an. $\diamond$

Aufgabe 8
Beweisen Sie, dass zu jeder Funktion $g :: [a] \to [a]$ zwei Funktionen $f :: \mathit{Int} \to \mathit{Int}$ und $h :: \mathit{Int} \to \mathit{Int} \to \mathit{Int}$ existieren, so dass für alle endlichen Listen xs gilt:

$$g\ xs \quad = \quad \mathbf{let}\ n = \mathit{length}\ xs\ \mathbf{in}\ [xs\ !!\ (h\ n\ m) \mid m \leftarrow [0\,..\,(f\ n) - 1]]$$

Benutzen Sie das aus dem Typ von g abgeleitete freie Theorem. $\diamond$

Aufgabe 9
Vervollständigen Sie den syntaktischen Beweis zu $\mathit{map}\ h\ (\mathit{reverse}'\ l\ [\,]) = \mathit{reverse}'\ (\mathit{map}\ h\ l)\ [\,]$ aus der Vorlesung. Vergleichen Sie das freie Theorem für $\mathit{reverse}'$ (Theoremgenerator) mit der induktiv bewiesenen verallgemeinerten Aussage. $\diamond$

Aufgabe 10
Leiten Sie die „fusion property" von foldr (die Äquivalenz $h\ (\mathit{foldr}\ k\ z) = \mathit{foldr}\ k'\ z'$ unter entsprechenden Nebenbedingungen, siehe Vorlesung) allein aus dem Typ her. $\diamond$

Aufgabe 11
Beweisen Sie (aus dem zugehörigen freien Theorem), dass jede Funktion $f :: (a, a) \to a$ tatsächlich mit fst oder snd semantisch äquivalent ist. $\diamond$

Aufgabe 12
Versuchen Sie, die relationale Typinterpretation so zu erweitern, dass sie das Beispiel $\mathit{flat}\ (\mathit{incr}\ t) = \mathit{map}\ (+1)\ (\mathit{flat}\ t)$ aus der Vorlesung mittels eines freien Theorems beweisen können. $\diamond$